الفصل الأول

عزيزي الطالب...

الملزمة التفاعلية هي نظام تعليمي حديث يتضمن الطالب او المدرس والملزمة حيث انها تحتوي جميع الأفكار الموجودة في المنهج الحديث وبصورة مختصرة (الأسئلة المحلولة + الواجبة + الإضافات والملاحظات) جميعها مشروحة بشكل مفصل على قناتنا على الـ (youtube)

((نجاحك اكيد ومضمون بعد اتقانك لافكار هذه الملزمة بعون الله))

مدرس المادة: احمد سلام الحربي

مجموعة نجاح الصفوة : Telegram: Alraade/Facebook

اساسيات مهمة

$\sqrt[3]{27} = 3$

$\sqrt[3]{8} = 2$

$\sqrt[3]{64} = 4$

$\sqrt[3]{125} = 5$

$\sqrt{a}.\sqrt{a} = a$

$\sqrt[3]{a}.\sqrt{a} = a$

$\sqrt{8} = \sqrt{4\times2} = 2\sqrt{2}$

$\sqrt{12} = \sqrt{4\times3} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{18} = \sqrt{9\times2} = 3\sqrt{2}$

$\sqrt{24} = \sqrt{4\times6} = 2\sqrt{6}$

$\sqrt{50} = \sqrt{25\times2} = 5\sqrt{2}$

$\sqrt{28} = \sqrt{4\times7} = 2\sqrt{7}$

$\sqrt{125} = \sqrt{25\times5} = 5\sqrt{5}$

$\sqrt{20} = \sqrt{4\times5} = 2\sqrt{5}$

للتخلص من الجذر التربيعي: $\sqrt[3]{\quad} = (\qquad)^{\frac{1}{2}}$

للتخلص من الجذر التربيعي: $\sqrt[3]{\quad} = (\qquad)^{\frac{1}{3}}$

ملاحظات مهمة: عند الضرب تجمع الأسس

عند الرفع تضرب الأسس

عند القسمة تطرح الاسس

س/ أختصر المقدار الى ابسط صورة

$$1-(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3}) \rightarrow 5+\cancel{\sqrt{15}}-\cancel{\sqrt{15}}-3=2$$

$$2-(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2=(\sqrt{7})^2-2\sqrt{7}.\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2=7-2\sqrt{14}+2=9-2\sqrt{14}$$

$$3-\sqrt{7}(\sqrt{28}-\sqrt{2})-5 \rightarrow \sqrt{7}(2\sqrt{7}-\sqrt{2})-5=14-\sqrt{14}-5=9-\sqrt{14}$$

$$4-(\sqrt{125}-\sqrt{20})\left(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}\right)$$

$$\left(\sqrt{25.5}-\sqrt{4.5}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\left(5\sqrt{5}-2\sqrt{5}\right)\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$\left(\cancel{3}\sqrt{5}\right)\left(\frac{2}{\cancel{3}}\right)=2\sqrt{5}$$

$$5-\left(\frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}}\div\frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}}\right)$$

$$\left(\frac{4\sqrt{4.3}}{5\times-3}\div\frac{2\sqrt{4.6}}{\sqrt{4.2}}\right)$$

$$\left(\frac{8\sqrt{3}}{-15}\times\frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{6}}\right)=-\frac{4}{15}$$

$$6-\left(\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\right)$$

$$\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

نتخلص من الجذر التربيعي في المقام بضرب البسط والمقام بنفس الجذر

$$=\frac{\sqrt{3}-3}{12}$$

$$7-\left(\frac{1-\sqrt{20}}{\sqrt{5}}\right)$$

$$\left(\frac{1-2\sqrt{5}}{\sqrt{5}}.\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}-10}{5}\right)$$

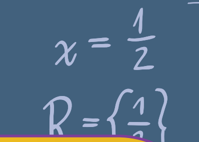
$$8-\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt[3]{125}}\div\frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}}$$

$$\frac{\sqrt{4.3}}{\sqrt{3.5}}\div\frac{5.2}{5}=\frac{\cancel{2}\sqrt{3}}{\cancel{15}_{3}}\times\frac{\cancel{5}}{\cancel{10}_{5}}\Rightarrow\frac{\sqrt{3}}{15}$$

$$9-\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}$$

$$\frac{7-3\sqrt{35}-3\sqrt{35}+45}{7-45}=\frac{52-6\sqrt{35}}{-38}$$





مثال: اذا كانت $f:z \rightarrow z$ حيث $f(x)=2x^2-3$ جد:

* المدى *بين نوع التطبيق حيث z مجموعة الاعداد الصحيحة.

Sol: $f(x)=2x^2-3$

$f(0)=2(0)^2-3=-3$

$f(1)=2(1)^2-3=-1$

$f(-1)=2(-1)^2-3=-1$

يمكن للطالب اخذ عناصر اكثر

المدى= $\{-3,-1,........\}$ التطبيق ليس شاملاً لان المدى ≠ المجال المقابل

التطبيق ليس متبايناً لان $-1 \neq 1$ وهو ليس متقابل لأنه غير شامل وغير متباين

---

11) اذا كانت $f(x)=3x+2$ حيث $f:N \rightarrow N$ بين نوع التطبيق حيث N مجموعة الاعداد الصحيحة.

Sol: $f(x)=3x+2$

$f(1)=3(1)+2=5$

$f(2)=3(2)+2=8$,

$f(3)=3(3)+2=11$

المدى: $\{5, 8, 11\}$

المجال		المجال المقابل
1	→	5
2	→	8
3	→	11

نوع التطبيق: ليس شاملاً لان المدى ≠ المجال المقابل متبايناً ، ليس متقابل لأنه غير شامل

---

12) اذا كانت $A=\{-2,1,2,-1\}$ ، $B=\{5, 2\}$ حيث قاعدة الاقتران $f(x)=x^2$ هل التطبيق شامل - متباين

Sol: $f(x)=x^2$

$f(-2)=(-2)^2=4$, $f(1)=(1)^2=1$

$f(2)=(2)^2=4$, $f(-1)=(-1)^2=1$

المدى= $\{4, 1\}$ شاملاً لان المدى = المجال المقابل ، غير متبايناً لان $-2 \neq 2$

تركيب التطبيقات

13) $F:N \to N$, $f = x^2$

$g:N \to N$, $g \to 2x+2$ جد $fog(2)$, $gof(3)$

Sol: $fog(2) \Rightarrow F[g(2)] \Rightarrow F[2(2)+2] \Rightarrow F[6] = (6)^2 = 36$

Sol: $fog(3) \Rightarrow g[f(3)] \Rightarrow g[(3)^2] \Rightarrow g[9] = (2(9)+2) = 20$

---

14) $g(x) = 2x+5, g: z \to z$, $f(x) = 3x+1, f: z \to z$

جد قيمة x اذا كانت $fog(x)=28$

Sol: $F = (g(x)) = 28$

$F(2(x)+5) = 28$

$(3(2x+5)+1) = 28$

$6x + 15 + 1 = 28$

$6x + 16 = 28$

$6x = 28 - 16 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2$

---

15) $f(x) = 4x-3, f: N \to Z$ جد قيمة x اذا كانت $Fof(x)=1$

Sol: $Fof(x)=1$

$F(4x-3) = 1$

$(4(4x-3)-3) = 1$

$16x - 12 - 3 = 1$

$16x - 15 = 1$

$16x = 1 + 15$

$16x = 16 \Rightarrow x = 1$

الأسئلة الأخرى تجدونها على اليوتيوب مع الملاحظات بشرح مفصل



القانون العام ⟵ $U_n = a + (n-1) \cdot d$

الاساس — عدد الحدود الترتيب — الاول — الحد المطلوب او المعطى

$u_1 + d = u_2 + d = u_3 \ldots\ldots$

الحد الاول — الاساس

1- اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة الحسابية التي حدها الأول يساوي 3 والاساس 6

Sol: $U_1 = 3$ $U_2 = 3+6 = 9$ $U_3 = 9+6 = 15$

$U_4 = 15+6 = 21$ $U_5 = 21+6 = 27$

المتتابعة { 3 , 9 , 15 , 21 , 27 }

ملاحظة: هنا الأساس موجب يعني المتتابعة متزايدة

2- جد الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة الحسابية التي حدها الأول يساوي 1 والاساس -3

Sol: $U_1 = 1$ $U_2 = 1+(-3) = -2$ $U_3 = -2+(-3) = -5$

$U_4 = -5+(-3) = -8$ $U_5 = -8+(-3) = -11$

المتتابعة { 1 , -2 , -5 , -8 , -11 }

هنا الأساس سالب يعني المتتابعة متناقص

3- جد الحد العشرين من المتتابعة الحسابية { 6 ، 1 ، -4 ، -9 ، .... }

Sol: $a = 6$ $U_{20} = ?$ $n = 20$

نجد الأساس من خلال طرح الحد الثاني من الحد الاول $d = U_2 - U_1$ ⇨ $1 - 6 = -5$

$U_{20} = a + (n-1) \cdot d$

$u_{20} = 6 + (20-1)(-5)$ $u_{20} = 6 + (-95)$ $u_{20} = -89$

-4 جد الحدود الخمسة الاولى للمتتابعة التي حدها السادس= 18 وحدها الأساس =-3

Sol: $U_6 = 18$ a= ? n= 6 d=-3

$U_6 = a + (n-1).d$

$18=a+(6-1).(-3)$ ⇨ $18=a+(-15)$

⇨ $a=18+15$ $a=33$

المتتابعة{ 33 , 30 , 27 , 24 , 21 }

-5 جد قيمة x التي تجعل الحدود الثلاثة للمتتابعة الحسابية كما يأتي:

{ 2x , x+1 , 3x+11 , ……………. }

Sol: $U_2 - U_1 = U_3 - U_2$

$(x+1)-2x=(3x+11)-(x+1)$

$-x + 1 = 2x + 10$

$1-10 = 2x+x$ ⇨ $3x = -9$ ⇨ $x = -3$

نستخدم قانون الأساس وننقل الأرقام مع الأرقام والحروف مع الحروف

-6 متتابعة حسابية حدها الثالث 8 و d=-3 جد الحدود بين U_7 و U_{11}

Sol: $U_3 = 8$ a=? n=3 d= -3

$U_3 = a + (n-1).d$

$8 = a + (3-1).(-3)$ ⇨ $8 = a + (-6)$

⇨ $a= 8+6$ ⇨ $a= 14$

$U_7=a+(n-1).d$ قانون إيجاد الحد السابع

$U_7 = 14 + (7-1).(-3)$

$U_7 = 14 + (-18)$ ⇨ $U_7 =-4$, $U_8=-4+(-3)=-7$

$U_9 = -7+(-3) = -10$, $U_{10}=-10+(-3)=-13$

الحدود { -7 , -10 , -13 }

توضيح: في هذا السؤال نطبق قانون الحد العام مرتين مرة لايجاد الحد الأول والثانية لايجاد الحد السابع.

7 – اكتب الحدود الخمسة الأولى من المتتابعة الحسابية؟ $1\text{-}\{2n-1\}$

Sol: $\{2(1)-1\}=1$, $\{2(2)-1\}=3$

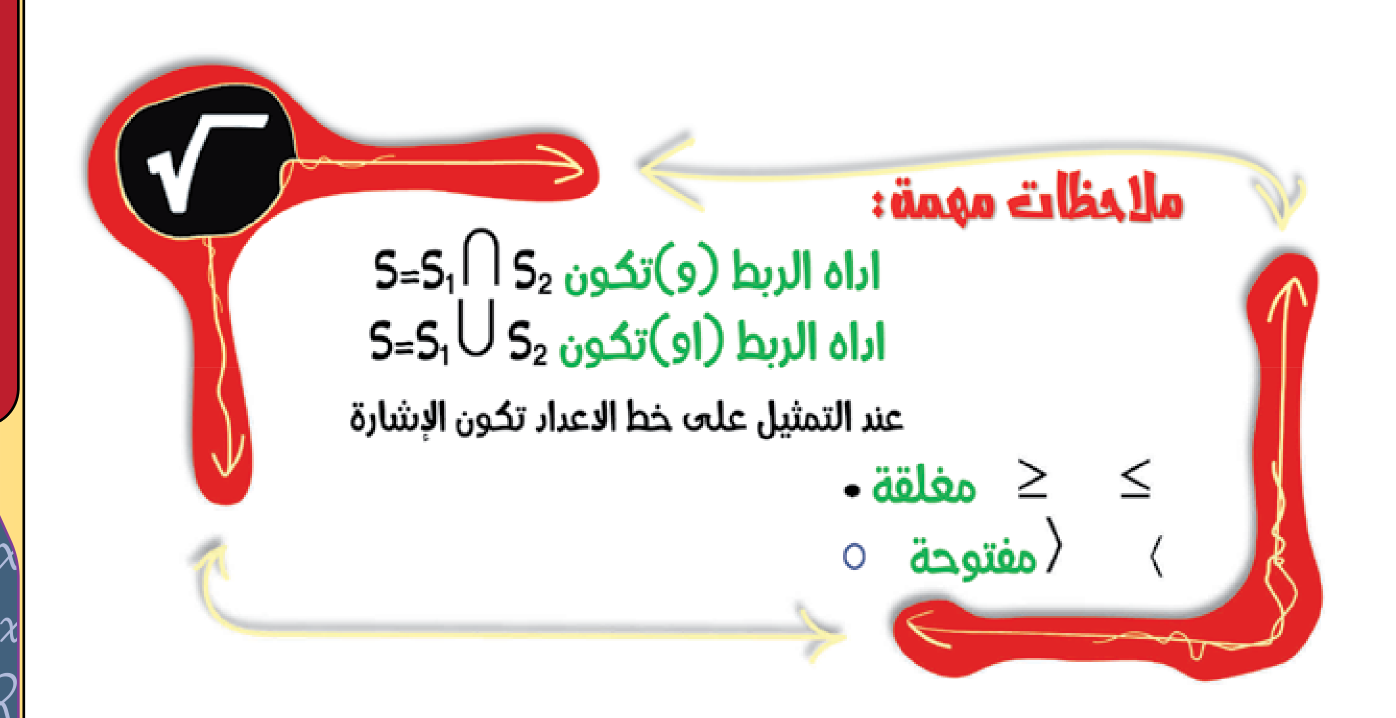
$\{2(3)-1\}=5$, $\{2(4)-1\}=7$

$\{2(5)-1\}=9$

$\{1 , 3 , 5 , 7 , 9\}$

في هذا النوع من المتتابعات نعوض بدل n الأرقام المطلوبة أي الحدود المطلوبة وبعد التعويض نجري العملية الحسابية ونجد الناتج.

المتباينات المركبة



سوف نعرض عليكم مجموعة امثلة تمثل الحالات المهمة في الكتاب

س/ حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) و(او) جبريا

1) $-3 \leq 3x+2 < 9$

$-3-2 \leq 3x + \cancel{2} - \cancel{2} < 9-2$ ضافة النظير الجمعي (-2)

$-5 \leq 3x < 7 \qquad \frac{-5}{3} \leq x < \frac{7}{3}$

---

2) $x+3 \leq -2$ أو $x+3 > 2$ نضيف للطرفين (-3)

$x + \cancel{3} - \cancel{3} \leq -2-3$ او $x + \cancel{3} - \cancel{3} > 2-3$

$x \leq -5 \cup x > -1$

$S= \{x: x \leq -5\} \cup \{x: x > -1\}$

---

3) هنا نضرب المتباينة كلها في الرقم 3لكي نتخلص من الكسر

$\left[\frac{2X}{3} < \frac{2}{3} \text{ او } \frac{2X}{3} \geq \frac{8}{9}\right] \times 3$

$2X<2$ او $2X \leq \frac{8}{3}$

$X<1$ او $X \geq \frac{4}{3}$ $\qquad S= \{x: x < 1\} \cup \{x: x \geq \frac{4}{3}\}$

---

4) نتخلص من المقام بالضرب × 3

$\left[\frac{2v+1}{3} > \frac{5}{3} \text{ او } \frac{2v+1}{3} < \frac{1}{3}\right] \times 3$

$2v+1>5$ او $2v+1<1$

$2v > 5-1 \cup 2v < 1-1$

$2v > 4 \cup 2v < 0$

$v > 2 \cup v < 0$

$S= \{v: v > 2\} \cup \{v: v < 0\}$

ملازم المرشد الدراسية

مجموعة نجاح الصفوة

ملازم المرشد للرياضيات - الثالث متوسط

5) نضرب المتباينة × 24 لان الأرقام تقبل القسمة عليه

$$\left[\frac{1}{24} \le \frac{z+5}{6} \le \frac{1}{12}\right] \times 24$$

$$1 \le 4(z+5) \le 2$$

$$1 \le 4z+5 \le 2$$

$$1-5 \le 4z \le 2-20$$

$$-19 \le 4z \le -18 \Rightarrow \frac{-19}{4} \le z \le \frac{-18}{4}$$

$$S = \{z: z \ge \frac{-19}{4}\} \cap \{z: z \le \frac{-19}{2}\}$$

---

6) نتخلص من العدد الصحيح أولا وبعدها نضرب المتباينة ×4 لكي نتخلص من القام

$$\left[\frac{h+6}{4} < 2\frac{1}{2}\right] \text{ او } \left[\frac{h+6}{4} > 6\frac{1}{2}\right]$$

$$\left[\frac{h+6}{4} < \frac{5}{2}\right] \text{ او } \left[\frac{h+6}{4} > \frac{13}{2}\right] \times 4$$

$$h+6 < 10 \cup h+6 > 26$$

$$h < 10-6 \cup h > 26-6$$

$$h < 4 \cup h > 20$$

$$S = \{h: h < 4\} \cup \{h: h > 20\}$$

متباينات القيمة المطلقة

س/ حل متباينات القيمة المطلقة

1) $|x+6|<3$

$-3<x+6<3$

$-3-6<x<3-6$

$-9<x<-3$

$S=\{x: x>-9\}\cap\{x: x<-3\}$

---

2) $|2x-5|+3<11$

$|2x-5|<11-3$

$|2x-5|<8 \Rightarrow -8<2x-5<8$

$-8+5<2x<8+5$

$-3<2x<13 \Rightarrow \frac{-3}{2}<x<\frac{13}{2}$

$S=\{x: x\geq\frac{-3}{2}\}\cap\{x: x<\frac{13}{2}\}$

---

3) $\left|\frac{x-12}{4}\right|\leq 9$

$\left[-9\leq\frac{x-12}{4}\leq 9\right]\times 4$

$-36\leq x-12\leq 36 \Rightarrow -36+12\leq x\leq 36+12$

$-24\leq x\leq 48$

$S=\{x: x\geq -24\}\cap\{x: x\leq 48\}$

---

4) $|x+4|>2$

$x+4>2$ او $x+4>-2$

$x>2-4$ او $x>-2-4$

$x>-2\cup x<-6$

$S=\{x: x>-2\}\cup\{x: x<-6\}$

5) $|5y-1| \geq 4$

$5y-1 \geq 4$ او $5y-1 \leq -4$

$5y \geq 4+1$ او $5y \leq -4+1$

$5y \geq 5 \cup 5y \leq -3$

$y \geq 1 \cup y \leq \frac{-3}{5}$

S= $\{y: y \geq 1\} \cup \{y: y \leq \frac{-3}{5}\}$

---

6) $\left|\frac{2t-8}{4}\right| \geq 9$

$\left[\frac{2t-8}{4} \geq 9\right.$ او $\left.\frac{2t-8}{4} \leq -9\right] \times 36$

$2t-8 \geq 36$ او $2t-8 \leq -36$

$2t \geq 36+8$ او $2t \leq -36+8$

$2t \geq 44$ او $2t \leq -28$ $\rightarrow$ $t \geq 22 \cup t \leq -14$

S= $\{t: t \geq 22\} \cup \{t: t \leq -14\}$

الفصل الثاني

س1/ جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الاتية:

1) $(x+1)^2 = (x+1)(x+1) \rightarrow X^2+x+x+1 = x^2+2x+1$

2) $(x+3)^2 = X^2+6x+9$ ← قانون مربع الحدانية

3) $(3x-4)(x+5) = 3X^2+15x-4x-20 = 3X^2+11x-20$

4) $(y-2)(y^2+2y+4) = y^3 - 2y^2 + 4y + 2y^2 - 4y + 8 = y^3+8$

5) $(h-5)(h^2+5h+25) = h^3 + 5h^2 + 25h - 5h^2 - 25h - 125 = h^3 - 125$

6) $(x+5)^3 =$

$= (x+5)(x+5)^2$ → قانون مربع الحدانية

$= (x+5)(x^2+10x+25)$

$= x^3+10x^2+25x+5x^2+50x+125 = x^3+15x^2+75x+125$

الواجب:

1) $(2x+4)(4x^2-8z+16)$	2) $(\sqrt{7}-h)^2$	3) $(V+5)(V+1)$
4) $(h-\sqrt{3})(3h-\sqrt{3})$	5) $(Y-4)^3$	6) $(\sqrt[3]{\frac{2}{7}}+M)(\sqrt[3]{\frac{4}{49}}-\sqrt[3]{\frac{2}{7}}M+M^2)$

س2/ حلل المقادير الآتية باستعمال العامل المشترك الأكبر GCF

1- $6x^3+9x^2-18x = 3x(2x^2+3x-6)$ عامل مشترك

2- $14y^4-21y^2-7y^3 = 7y^2(2y^2-3-y)$

3- $6V^2(3V-6)+18V = 18V^3-36V^2+18V \Rightarrow 18V(V^2-3V+1)$

س3/ حلل المقادير باستعمال ثنائية الحد المشترك الأكبر.

1- $5x(x+3)-7(x+3) = (x+3)(5x-7)$

2- $\sqrt{3}V^2(z+2) - \sqrt{5}V(z+2) = (z+2)(\sqrt{3}V^2 - \sqrt{5}V)$

طريقة التحليل بالفرق بين مربعين

طريقة العمل ← $(a^2 - b^2) \Rightarrow (a - b)(a + b)$

ملاحظة مهمة/ يجب أن يكون الحدين مربعين وبينهما الإشارة (−)

س4/ حلل المقادير الآتية:

1) $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$
2) $x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7)$
3) $t^2 - 9z^2 = (t - 3z)(t + 3z)$
4) $2x^2 - 32 \Rightarrow 2(x^2 - 16) \Rightarrow 2(x - 4)(x + 4)$

الواجب:

1) $81 - t^2$	2) $9m^2 - 4n^2$	3) $36 - 4x^2$
4) $\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16}$	5) $12 - 3t^2$	

تحليل المقدار الجبري الثلاثي بالتجربة:

ملاحظة: - كل حدودية ثلاثية تحلل بالتجربة.
- طريقة التجربة هي أخذ عوامل الحد الأول والحد الثالث.

س5/ حلل الحدوديات الآتية:

(القوس الأول) = الإشارة الأولى   (القوس الثاني) = الأولى × الثانية

1) $x^2 + 10x + 21 = (x + 7)(x + 3)$
2) $y^2 + y - 12 = (y + 4)(y - 3)$
3) $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$
4) $4v^2 - v - 3 = (4v + 3)(v - 1)$
5) $4y^2 - 6y + 2 \rightarrow (2y - 2)(2y - 1)$ → طريقة أولى

$\searrow 2(2y^2 - 3y + 1)$ → طريقة ثانية بالعامل المشترك

$2(2y - 1)(y - 1)$

الواجب:

1) $y^2 - 5y + 6$	2) $x^2 + 9x + 14$	3) $36 + 2z + z^2$	4) $18y^2 - 6y - 4$

التحليل بطريقة مجموع أو فوق مكعبين:

نفسها ↑

قانون حفظ: (مربع الثاني + الثاني . الأول ∓ مربع الأول) (جذر ثاني ∓ جذر أول) = $a^3 \pm b^3$

↓ عكسها

س6/ حلل الحدوديات الآتية:

1) $x^3 - 27 = (x-3)(x^2+3x+9)$

2) $x^3 + 125 = (x+5)(x^2-5x+25)$



1) $y^3 + 8$	2) $\frac{1}{2}t^3 + 4$	3) $125 + 8z^3$

أيجاد الحد المفقود في المقدار الجبري

$$bx = \mp 2\sqrt{ax^2}.\sqrt{c}$$

↓ الحد الوسط ↓ الأول ↓ الثالث

س7/ جد الحد المفقود في الحدودية لتصبح مربعاً كاملاً:

1) $x^2 -$ .... $+ 49$

$bx = 2\sqrt{ax^2}.\sqrt{c}$

$bx = 2.\sqrt{x^2}.\sqrt{49}$

$bx = 2.x.7$

$bx = 14x$

خطوات الحل

↓

قانون تعويض

جذور المجهول

2) $4V^2 + 8V +$ ....

$bx = 2\sqrt{ax^2}.\sqrt{c}$

$8V = 2\sqrt{4V}.\sqrt{c}$

$8V = 2.2V.\sqrt{c}$

$\sqrt{c} = \frac{8V}{4V} \Rightarrow \sqrt{c} = 2 \Rightarrow c = 4$

الواجب:

1) .... $14y + 49$	2) $z^2 + 4z +$ ....
3) $25 - 20x +$	4) $9h^2 + 6\sqrt{2}\,h +$ ....

تبسيط المقادير الجبرية النسبية

ملاحظة: في هذا الموضوع نحلل البسط والمقام بطرق التحليل ونحذف المتشابه.

* علامة القسمة ⇐ × ، وعند الجمع والطرح - توحيد المقامات

س8/ ضع المقادير التالية بأبسط صورة:

1- $\frac{x^2-4}{x^2-4x+4}=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-2)}\Rightarrow\frac{(x+2)}{(x-2)}$

2- $\frac{z^2+7z-8}{z-1}\times\frac{z^2-4}{z^2+6z-16}$

$\frac{(z+8)(z-1)}{z-1}\times\frac{(z-2)(z+2)}{(z+8)(z-2)}\Rightarrow(z+2)$

3- $\frac{y^2-7y}{y^3-27}\div\frac{y^2-49}{y^2+3y+9}$

* أولاً نحلل المقادير.
* ثانياً نقلب الإشارة من ÷ ← × مع قلب الكسر.

$\frac{y(y-7)}{(y-3)(y^2+3y+9)}\div\frac{(y-7)(y+7)}{y^2+3y+9}$

$\frac{y(y-7)}{(y-3)(y^2+3y+9)}\times\frac{y^2+3y+9}{(y-7)(y+7)}=\frac{y}{(y-3)(y+7)}$

الواجب:

1) $\frac{5x+3}{x+3}\times\frac{x^2+5x+6}{25x^2-9}$	2) $\frac{y^2-25}{y^3-125}\div\frac{y^2+10y+25}{y^2+5y+25}$

4- $\frac{7x-14}{x^2-4}+\frac{5}{x+2}$ ← في هذا المثال نوحد مقامات بعد التحليل أن امكن

$\frac{7(x-2)}{(x-2)(x+2)}+\frac{5}{x+2}\rightarrow\frac{12}{x+2}$

في هذا المثال نوحد مقامات بعد التحليل أن امكن ←

5- $\frac{8}{V+4}+\frac{2}{V-4}-\frac{1}{V^2-16}$

$$\frac{8}{V+4}+\frac{2}{V-4}-\frac{1}{(V-4)(V+4)}$$

$$=\frac{8(V-4)+2(V+4)-1}{(V+4)(V-4)} \Rightarrow \frac{8V-32+2V+8-1}{(V+4)(V-4)}$$

$$=\frac{10V-25}{(V+4)(V-4)}$$

الواجب:

1) $\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-2}+\frac{4+2x+x^2}{x^3-8}$

2) $\frac{y^2-y}{y^2-1}-\frac{1}{y^2+y+1}$

3) $\frac{8+t^3}{4-2t+t^2}\div\frac{(2+t)^3}{t^2-9t+14}$

الفصل الثالث

حل المعادلات بطريقة التعويض

س1/ حل المعادلتين بالتعويض

1)

$y = 4x$ ....(1)

$y = x + 6$ ....(2)

نعوض معادلة (1) في (2)

* نجد قيمة x أو y من احدى المعادلتين وتعويضها في المعادلة الأخرى.

$4x = x + 6$

$4x - x = 6 \Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$

نعوض قيمة x في معادلة (1)

$y = 4(2) \Rightarrow y = 8 \Rightarrow S = \{2, 8\}$

---

2)

$x + 8y = 10$ ....(1)

$x - 4y = 2$ ....(2)

من معادلة (1) نجد قيمة x

$x = 10 - 8y$ ....(3)

* قيمة x الناتجة من معادلة (1) تسمى معادلة (3) ونعوضها في معادلة (2) لكي نجد قيمة y.

نعوض (3) في (2)

$(10 - 8y) - 4y = 2$

$10 - 12y = 2 \rightarrow -12y = 2 - 10 \Rightarrow -12y = -8 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$

نعوض قيمة y في معادلة (3)

$x = 10 - 8\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow x = 10 - \frac{16}{3} \rightarrow x = \frac{14}{3}$

$S = \left\{\frac{14}{3}, \frac{2}{3}\right\}$

حل المعادلات بطريقة الحذف

لإيجاد حل المعادلتين بالحذف يجب أن يتوفر شرطان مهمان:
الأول = تساوي المعامل ، الثاني = اختلاف الإشارات

س2/ حل المعادلتين بالحذف

1)

$x + 2y = 5$ ....(1)
$3x - y = 1$ ....(2) $]\times 2$

هنا المعاملات غير متساوية ضربنا معادلة رقم (2) × 2 لكي تتساوى المعاملات ويتحقق الشرطان الأساسيان

$x + 2y = 5$ ....(1)
$6x - 2y = 2$ ....(2)

بالجمع

$7x = 7 \Rightarrow x = 1$

نعوض قيمة x في معادلة (1)

$$1 + 2y = 5 \rightarrow 2y = 5 - 1 \rightarrow 2y = 4 \rightarrow y = \frac{4}{2} \rightarrow y = 2$$

---

2)

$3x + 4y = 10$ ....(1) $]\times 2$

هنا نضرب المعادلة 1 × 2 ومعادلة 2 × 3 لكي تتساوى معامل x

$2x + 3y = 7$ ....(2) $]\times 3$

$6x + 8y = 20$ ....(1)
$-6x \mp 9y = -21$ ....(2)

بالطرح

$-y = -1 \Rightarrow y = 1$

نعوض قيمة y في معادلة (1)

$3x + 4(1) = 10$

$3x = 10 - 4 \Rightarrow 3x = 6$

$$x = \frac{6}{3} \rightarrow x = 2 \qquad \Rightarrow S = \{2,1\}$$

طريقة حل المعادلات بتحليل الفرق بين المربعين

* يمكن حل المعادلات بهذه الطريقة فقط المعادلات المكونة من حدين مربعين فقط ويجب تصفير المعادلة أي المساواة بالصفر وبعدها التحليل.

س3/ حل المعادلات الآتية:

1) $x^2 - 25 = 0$

$(x - 5)(x + 5) = 0$

أما $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$

أو $x + 5 = 0 \rightarrow x = -5$ $\quad S = \{5, -5\}$

---

2) $4x^2 - 36 = 0$

$(2x - 6)(2x + 6) = 0$

أما $2x - 6 = 0 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{2} \rightarrow x = 3$

أو $2x + 6 = 0 \rightarrow 2x = -6 \rightarrow x = \frac{-6}{2} \rightarrow x = -3$

---

3) $(y + 5)^2 - 64 = 0$

$((y+5)-8)((y+5)+8) = 0$

أما $y + 5 - 8 = 0 \rightarrow y - 3 = 0 \rightarrow y = 3$

أو $y + 5 + 8 = 0 \rightarrow y + 13 = 0 \rightarrow y = -13$

خاصية الجذر التربيعي في حل المعادلات

س4/ حل المعادلات الآتية:

1) $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{9} \rightarrow x = \mp 3$

---

2) $\sqrt{x - 2} = 3$ بتربيع الطرفين

* لكي تتخلص من أي جذر بالمعادلات نقوم بتربيع الطرفين.

$x - 2 = 9$

$x = 9 + 2 \rightarrow x = 11$

ملازم المرشد الدراسية

مجموعة نجاح الصفوة

مراجعة الرياضيات - الثالث متوسط

طريقة التجربة في حل المعادلات

* كل معادلة ثلاثية الحدود يمكن تحليلها بالتجربة.

س5/ حل المعادلات الآتية في R

1) $x^2 - 7x + 12 = 0$

$(x-4)(x-3) = 0$

اما $x - 4 = 0 \rightarrow x = 4$

أو $x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$ $S = \{4, 3\}$

2) $3x^2 + 18x - 21 = 0$

(الطريقة الأولى)

$(3x-3)(x+7) = 0$

اما $3x - 3 = 0 \rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$

أو $x + 7 = 0 \rightarrow x = -7$

$S = \{1, -7\}$

(الطريقة الثانية) ← (عامل مشترك)

$3(x^2 + 6x - 7) = 0$

$3(x+7)(x-1) = 0$

اما $x + 7 = 0 \rightarrow x = -7$

أو $x - 1 = 0 \rightarrow x = 1$

3) $20 + 13z + 2z^2 = 0$

$(4+z)(5+2z) = 0$

اما $4 + z = 0 \rightarrow z = -4$

أو $5 + 2z = 0 \rightarrow 2z = -5 \rightarrow z = \frac{-5}{3}$ $S = \{-4, -\frac{5}{2}\}$

المربع الكامل في حل المعادلات

س6/ حل المعادلة في R بالمربع الكامل

* الطريقة في حل المعادلة.

يجب مراعاة ترتيب المعادلة.

$4x^2 + 20x + 25 = 0$

(جذر الأول $\mp$ جذر الثاني $)^2 = 0$

بالجذر $= (2x+5)^2 = 0$

$= 2x + 5 = 0 \rightarrow 2x = -5 \rightarrow x = -\frac{5}{2}$

إكمال المربع:

1- نجعل المعادلة بالشكل $x^2 \pm x = c$.
2- نأخذ الحد الوسط نقسمه على 2 ثم نقوم بتربيع الناتج.
3- نضيف الناتج إلى الطرفين.
4- نستخدم طريقة المربع الكامل.
5- نجذر الطرفين ونجد الحل.

$x^2 - 4x - 12 = 0$

$x^2 - 4x = 12$

$x^2 - 4x + 4 = 12 + 4$

$x^2 - 4x + 4 = 16$

$(x-2)^2 = 16$ بالجذر

$x - 2 = \pm 4$

أما $x - 2 = 4 \Rightarrow x = 6$

أو $x - 2 = -4 \Rightarrow x = -2$

س7/ حل المعادلة بإكمال المربع:

توضيح: الحد الوسط هو (4) نقسمه على (2) ⇐ 2 ناتج ⇐ نربعه = (4) نضيفه إلى الطرفين.

ملاحظة/ يجب أن يكون معامل x^2 في هذه الطريقة = واحد
في حالة لا يساوي واحد نقسم على الرقم الموجود.

الدستور (القانون العام)

القانون ←

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

* عزيزي الطالب في هذا القانون تستطيع حل جميع أنواع المعادلات التربيعية.

المعادلة القياسية $ax^2 + bx + c = 0$

الرقم $= c$ ، معامل $b = x$ ، معامل $a = x^2$

س8/ جد مجموعة حل المعادلة بالقانون (الدستور) ؟ $x^2 - 3x - 5 = 0$

الحل/ $c = -5 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad a = 1$

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \mp \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-5)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{3 \mp \sqrt{9 + 20}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \mp \sqrt{29}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{3 - \sqrt{29}}{2}, \frac{3 + \sqrt{29}}{2} \right\}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

المميز يرمز له بـ Δ

* إذا كانت قيمة المميز = صفر (الجذران متساويان)
* إذا كانت قيمة المميز = + (يمكن حل المعادلة بالدستور والجذران حقيقيان) .
* إذا كانت قيمة المميز (−) لا يمكن حل المعادلة في R .

س9/ حدد نوع جذري المعادلة: $2x^2 + 3x - 2 = 0$

الحل/

$a = 2 \quad , \quad b = 3 \quad , \quad c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (3)^2 - 4\,(2)\,(-2)$ الجذران حقيقيان نسبيان

$\Delta = 9 + 16 \rightarrow \Delta = 25$

س10/ ما قيمة الثابت K التي تجعل جذري المعادلة متساويان؟ $x^2 - (K+1)x + 4 = 0$

* كلمة متساويان يعني المميز = 0

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (K+1)^2 - 4(1)(4) = 0$

$= (K+1)^2 - 16 = 0$

$= (K+1)^2 = 16$

$K + 1 = 4 \rightarrow K = 4 + 1 \rightarrow K = 5$

س11/ ما قيمة الثابت K التي تجعل جذري المعادلة متساويان؟ $4y^2 + 25 = (K-5)y$

$a = 4 \quad , \quad b = (K-5) \quad , \quad c = 25$

ملاحظة/ هنا نرتب المعادلة قبل الحل.

$4y^2 - (K-5)y + 25 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (K-5)^2 - 4(4)(25) = 0$

$= (K-5)^2 - 400 = 0$

$= K - 5 = 400$ بالجذر

$(K-5) = 20 \Rightarrow K = 20 + 5 \rightarrow K = 25$

المعادلات الكسرية

س12/ جد مجموعة الحل للمعادلات التالية:

1) $5x + \frac{x-2}{3x} = \frac{2}{3} \quad] \times (3x)$

نضرب المعادلة كلها بـ (3x) للتخلص من المقام:

$15x^2 + x - 2 = 2x$

$15x^2 + x - 2 - 2x = 0 \Rightarrow 15x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (3x+1)(5x-2) = 0$

إما $3x + 1 = 0 \rightarrow 3x = -1 \rightarrow x = \frac{-1}{3}$

أو $5x - 2 = 0 \rightarrow 5x = 2 \rightarrow x = \frac{2}{5}$

---

2) $\frac{y-4}{y+2} - \frac{2}{y-2} = \frac{13}{y^2-4}$

$\frac{y-4}{y+2} - \frac{2}{y-2} = \frac{13}{(y-2)(y+2)} \quad] \times (y+2)(y-2)$

$= (y-4)(y-2) - 2(y+2) = 13 \Rightarrow y^2 - 2y - 4y + 8 - 2y - 4 = 13$

$y^2 - 8y + 4 - 13 = 0 \Rightarrow y^2 - 8y - 9 = 0$

$(y-9)(y+1) = 0 \Rightarrow y - 9 = 0 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow y + 1 = 0 \rightarrow y = -1$

الواجب:

س/ جد حل المعادلات التالية:

1) $(3-2)^2 - 1 = 0$	2) $4x^2 - \frac{4}{25} = 0$	3) $7y^2 - 28 = 0$
4) $\sqrt{4x} = 8$	5) $9x^2 - 69x - 24 = 0$	6) $3y^2 + 5y - 12 =$
7) $28 + 2z - 8z^2$	8) ما العدد الذي ينقص ضعفه عن مربعه بمقدار 35؟	
9) $x^2 + 12x + 36$ (مربع كامل)	10) $y^2 - 20y + 100 = 0$ 11) $25x^2 - 50x + 25 = 0$ 12) $3x^2 - 9x = -2$ (الدستور)	(اكمال مربع)
13) $x^2 - (K+6)x + 49 = 0$ ما قيمة الثابت K التي تجعل جذري المعادلة متساويان		
14) $\frac{3}{x+5} + \frac{4}{5-x} = \frac{x^2-15x+14}{x^2-25}$ جد مجموعة حل المعادلة		
15) $x - 2y = 12$ ......(1) , $2x - 3y = 18$ ......(2) حل المعادلتين بطريقة التعويض		
16) $3x - 4y = 12$ ....(1) $5x + 2y = -6$ ....(2) حل المعادلتين بالحذف		

الفصل الرابع

الهندسة الاحداثية

الجزء الثاني و

الدرس 4-1 التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي.

الدرس 4-2 ميل المستقيم.

الدرس 4-3 معادلة المستقيم.

الدرس 4-4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

الدرس 4-5 المسافة بين نقطتين.

الدرس 4-6 النسب المثلثية.

الدرس 4-7 خطة حل المسألة (تحديد معقولية الاجابة)

التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي

س1/ مثل المعادلة في المستوى الاحداثي: $y - 3x + 5 = 0$

Sol:

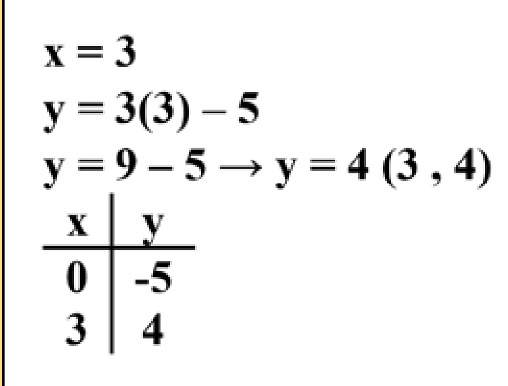
1- جعل المعادلة بالشكل $y = f(x)$

$$y = 3x - 5$$

2- نأخذ قيمتين على الاقل لـ x وتعويضها في الدالة لايجاد النقطة:

$x = 0 \Rightarrow y = 3(0) - 5 \Rightarrow y = -5 \quad (0 , -5)$

3- معامل y يجب ان يكون واحد:

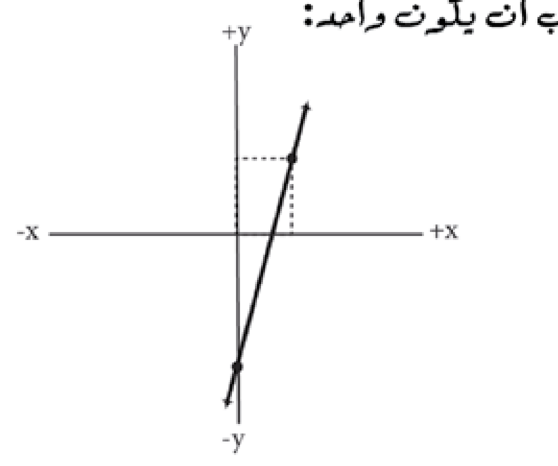


$x = 3$

$y = 3(3) - 5$

$y = 9 - 5 \rightarrow y = 4 \ (3 , 4)$

x	y
0	-5
3	4



س2/ مثل المعادلة $y = 2x^2 - 5$

Sol:

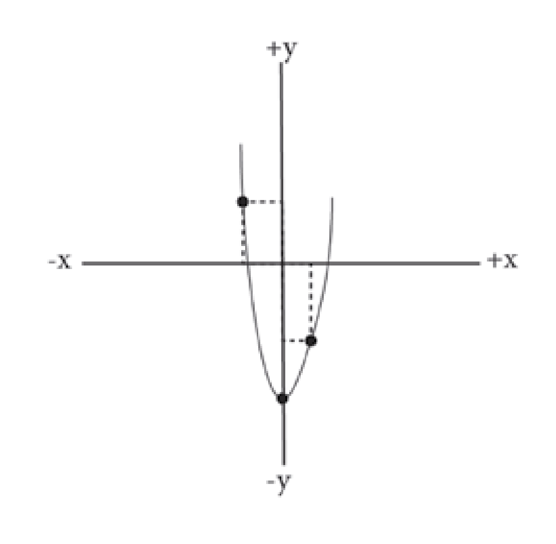
$y = 2x^2 - 5$

$y = 2(0)^2 - 5 = -5 \quad (0 , -5)$

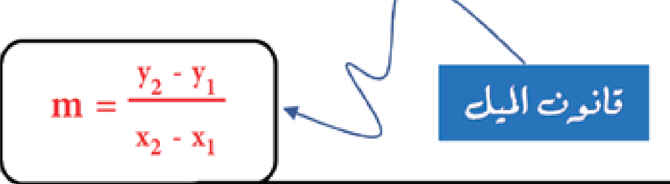
$y = 2(1)^2 - 5 = -3 \quad (1 , -3)$

$y = 2(-2)^2 - 5 = 3 \quad (-2 , 3)$

x	y
0	-5
1	-3
-2	3



ميل المستقيم



نجعل $y = 0$ لأيجاد المقطع السيني

نجعل $x = 0$ لأيجاد المقطع الصادي

س3/ جد ميل المستقيم المار بالنقطتين:

1) $A(1 , -2)$ $B(4 , -2)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow m = \frac{-2 - (-2)}{4 - 1} \rightarrow = \frac{0}{3} = 0$$

2) $A(5 , 7)$ $B(-2 , 1)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow m = \frac{1 - 7}{-2 - 5} \rightarrow = \frac{-6}{-7} = \frac{6}{7}$$

س4/ جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-5 , a)$ $(1 , 6)$ يساوي $\frac{1}{2}$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{a - 6}{-5 - 1}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{a - 6}{-6} \rightarrow -6 = 2a - 12 \rightarrow 6 = 2a \rightarrow a = 3$$

س5/ جد المقطع السيني والصادي للمستقيم $3x + 5y = 15$

الحل/

* لكي نجد المقطع السيني نجعل $y = 0$ ونعوضها في المعادلة

(السيني) $y = 0 \rightarrow 3x + 5(0) = 15 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$

* لكي نجد المقطع الصادي نجعل $x = 0$ ونعوضها في المعادلة

(الصادي) $x = 0 \rightarrow 3(0) + 5y = 15 \rightarrow 5y = 15 \rightarrow y = 3$

س6/ جد المقطع السيني والصادي للمستقيم $y + 2 = 5x - 4$

الحل/

المقطع السيني $y = 0 \rightarrow 0 + 2 = 5x - 4 \rightarrow 5x = 6 \rightarrow x = \frac{6}{5}$

المقطع الصادي $x = 0 \rightarrow y + 2 = 5(0) - 4 \rightarrow y = -4 - 2 \rightarrow y = -6$

الواجب:

1) جد ميل المستقيم المار بالنقطتين لكل مما يأتي: a- $(5 , 0)\ (0 , 2)$ b- $(-2 , -1)\ (0 , -3)$

2) جد المقطع السيني والصادي: a- $2x + 6y = 12$ b- $3y = -6$

3) مثل المعادلات الآتية على المستوى الاحداثي: a- $y + x - 1 = 0$ b- $x^2 + 5y = 1$

معادلة المستقيم

حالة النقطتين:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

حالة ميل ونقطة:

$$y_1 - y_1 = m\,(x - x_1)$$

س7/ جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين: $A(2 , 20)\ \ B(5 , 50)$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 20}{x - 2} = \frac{50 - 20}{5 - 2}$$

$$\frac{y - 20}{x - 2} = \frac{30}{3}$$

$$\frac{y - 20}{x - 2} = \frac{10}{1}$$

$$10x - 20 = y - 20$$

$$y = 10x$$

س8/ جد معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{1}{3}$ والمار بالنقطة $(-1 , -3)$

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

$$y + 3 = \frac{1}{3}(x + 1)$$

$$3y + 9 = x + 1$$

$$3y = x + 1 - 9$$

$$3y = x - 8$$

$$x - 3y - 8 = 0$$ معادلة المستقيم

س9/ استعمل الميل لتحديد نقطة المستقيم وميله:

$$y - 3 = -5\,(x - 2)$$
$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

النقطة: $P = (2\,,3)$ $m = -5$

ملاحظة: المقطع السيني يعني قيمة x

المقطع الصادي يعني قيمة y

س10/ جد معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{1}{2}$ ومقطعه السيني يساوي (1-):

$m = \frac{1}{2}$ | $x = -1$ | $y = 0$

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$
$$y - 0 = \frac{1}{2}(x + 1) \rightarrow 2y = x + 1 \rightarrow] \div 2 \Rightarrow y = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$$

معادلة المستقيم بدلالة الميل والمقطع الصادي

$$y = mx + K$$

س11/ باستعمال معادلة الميل والمقطع جد ميل المستقيم ومقطعه؟

1) $y = x \rightarrow y = x$ ، $y = mx + K$ } $m = 1\ ,\ K = 0$

2) $y + x = 5 \rightarrow y = -x + 5$ ، $y = mx + K$ } $m = -1\ ,\ K = 5$

في مثل هذه الاسئلة نقارن بالمعادلة

3) $2x + 3y = 6 \rightarrow 3y = -2x + 6\ ] \div 3$

$y = \frac{-2}{3}x + 2$ ، $y = mx + K$ } $m = \frac{-2}{3}\ ,\ K = 2$

س1/ جد معادلة المستقيم لكل مما يأتي:

1- $(-3\,,1)\ (2\,,-1)$ 2- $P(4\,,6)\,,\ m = -\frac{2}{5}$

س2/ استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:

1- $5y = -2x - 1$ 2- $y - x = 8$

المستقيمات المتوازية والمتعامدة

* يكون المستقيمان متوازيان $m_1 = m_2$ //

* يكون المستقيمان متعامدان $m_1 \times m_2 = -1$ ⊥

س12/ هل المستقيمان متوازيان:

$L_1 \Rightarrow y = \frac{-5}{3}x + 4$, $L_2 \Rightarrow y = \frac{5}{3}x + 4$

$y = \frac{-5}{3}x + 4$

$y = mx + K$

$m_1 = \frac{-5}{3}$

$y = \frac{5}{3}x + 4$

$y = mx + K$

$m_2 = \frac{5}{3}$

* المستقيمان غير متوازيان لأن $m_1 \neq m_2$

س13/ جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $C(5 , 3)$ والموازي للمستقيم المار بالنقطتين $A(4 , 5)$ $B(2 , -3)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow m = \frac{-3 - 5}{2 - 4} \rightarrow \frac{-8}{-2} \rightarrow m = 4$

لأن المستقيم متوازي نأخذ الميل نفسه

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 3 = 4(x - 5)$

$y - 3 = 4x - 20$

$y = 4x - 17$ معادلة المستقيم

س14/ جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $C(3 , -4)$ والعمودي على المستقيم المار بالنقطتين $A(0 , 3)$ $B(2 , -2)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \frac{-2 - 3}{2 - 0} \rightarrow m = \frac{-5}{2} \rightarrow m = \frac{2}{5}$

ملاحظة مهمة: (لأن المستقيم عامودي نأخذ مقلوب الميل بعكس الاشارة)

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y + 4 = \frac{2}{5}(x - 3)$] ×5 نضرب ×5 لكي نتخلص من المقام

$5y + 20 = 2x - 6 \Rightarrow 5y = 2x - 26$ معادلة المستقيم

س15/ جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (3 , 1) (4- , a) عمودي على المستقيم الذي ميله $-\frac{1}{5}$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow m = \frac{1+4}{3-a} \rightarrow m = \frac{5}{3-a}$$

ملاحظة/ (نساوي مقلوب الميل مع الميل المستخرج لأنه عامودي)

$$\frac{5}{1} = \frac{5}{3-a}$$ وسطين × طرفين

$$5 = 15 - 5a \Rightarrow 5a = 15 - 5 \Rightarrow 5a = 10 \Rightarrow a = 2$$

المسافة بين نقطتين:

قانون المسافة بين نقطتين: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

س16/ باستعمال قانون المسافة أثبت ان النقاط على استقامة واحدة:

A(-3 , -2)   B(0 , 1)   C(3 , 4)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(0+3)^2 + (1+2)^2} \rightarrow \sqrt{9+9} \rightarrow \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(3-0)^2 + (4-1)^2} \rightarrow \sqrt{9+9} \rightarrow \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$AC = \sqrt{(3+3)^2 + (4+2)^2} \rightarrow \sqrt{36+36} \rightarrow \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

∴ النقاط على استقامة واحدة.

س17/ باستعمال قانون الميل (أو في حالة عدم ذكر الطريقة) اثبت ان النقاط على استقامة واحدة:

A(-2 , -1)   B(-1 , 0)   C(2 , 3)

هنا نجد الميل الى $m_2 = BC$ $m_1 = AB$

$$m_1 = AB = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0+1}{-1+2} \rightarrow \boxed{1}$$

$$m_2 = BC = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-0}{2+1} \rightarrow \frac{3}{3} = \boxed{1}$$

∴ النقاط على استقامة واحدة $m_1 = m_2$

قانون المنتصف ← $M=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

س18/ جد احداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين:

A(3 , -8) B(3 , 6)

$$M=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$M=\left(\frac{3+3}{2}\ ,\ \frac{-8+6}{2}\right)\rightarrow M=\left(\frac{6}{2},\frac{-2}{2}\right)=(3\ ,-1)$$

س19/ اذا كانت M (1 , -3) منتصف $\overline{AB}$ وكانت A(-1 , -2) جد الاحداثي B.

$$M=\left(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$(1\ ,-3)=\left(\frac{-1+x}{2},\frac{-2+y}{2}\right)$$

$$1=\frac{-1+x}{2}\rightarrow 2=-1+x\rightarrow x=2+1\rightarrow x=3$$

$$-3=\frac{-2+y}{2}\rightarrow -6=-2+y\rightarrow y=-6+2\rightarrow y=-4$$

الواجب//

س1/ بين نوع المثلث الذي رؤوسه النقاط A(2 , 4) , B(-4 , 2) , C(-1 , -2) ؟

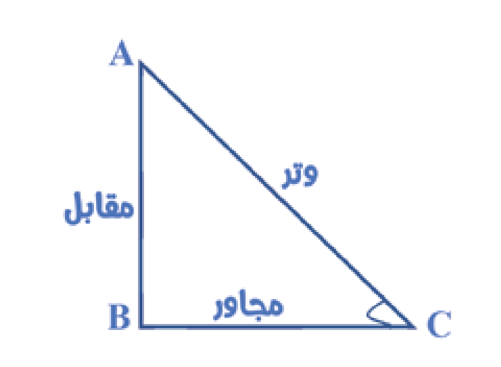
س2/ اذا كانت M(-2 , 0) منتصف $\overline{AB}$ وكانت A(4 , 0) جد الاحداثي B ؟

س3/ جد المسافة بين النقطتين A(-3 , -1) , B(1 , -4) ؟

س4/ بأستعمال قانون المنتصف أثبت ان النقاط تمثل رؤوس متوازي اضلاع A(-2,3) , B(-1,4) , C(2 , -1) D(1,-2) ؟

النسب المثلثية

Q	30	60	45	90	0
Sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	0
Cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	1
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1	—	0



$$SinQ = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \qquad CosQ = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \qquad tanQ = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$SecQ = \frac{1}{Cos}$$
مقلوب الـ Cos

$$Csc\,Q = \frac{1}{Sin}$$
مقلوب الـ sin

$$CotQ = \frac{1}{tan}$$
مقلوب الـ tan

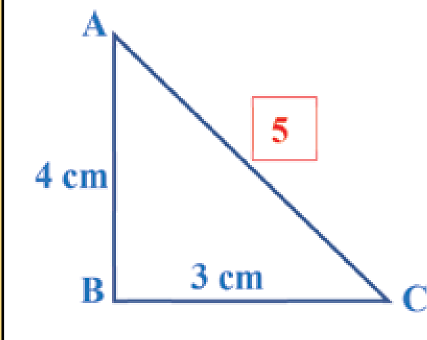
س20/ جد القيمة العددية للمقدار: (Sin 45) (Sec 45°) – (tan 60°) (Cot 30°) + 2 Csc 90°

الحل/

* $Sin\ 45 = \frac{1}{\sqrt{2}}$
* $Cot\ 30 = \frac{1}{tan\ 30} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3}$
* $Sec\ 45 = \frac{1}{Cos45} \Rightarrow \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$
* $Csc\ 90 = \frac{1}{Sin90} = 1$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \times \sqrt{2} - (\sqrt{3})(\sqrt{3}) + 2(1) = 0$$

س21/ من الشكل المجاور جد النسب المثلثية SinA , Cos C , Cot C , Sec A ؟



الحل/

نظرية فيثاغورس $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

$(AC)^2 = 16 + 9$

$(AC)^2 = 25 \Rightarrow AC = 5$

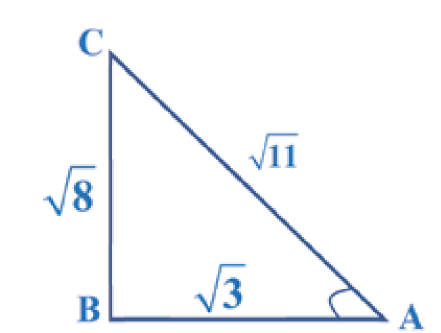
$\text{Sin A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{3}{5}$ | $\text{Cos C} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{3}{5}$

مقلوبه

$\tan c = \frac{4}{3}$ | $\text{Cot } c = \frac{3}{4}$

$\text{Sec} = \frac{1}{\text{Cos}} = \frac{1}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$

س22/ مثلث قائم الزاوية في B ، كانت $\text{CosA} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ جد Sec A ، Csc A ؟



$\text{Cos A} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$

$(AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$

$11 = (BC)^2 + 3 \Rightarrow (BC)^2 = 11 - 3$

$(BC) = 8 \Rightarrow BC = \sqrt{8}$

$\text{Sec A} = \frac{1}{\text{Cos}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$ | $\text{Sin A} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{11}}$

$\text{Csc A} = \frac{1}{\text{Sin}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{11}}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{8}}$

الواجب/

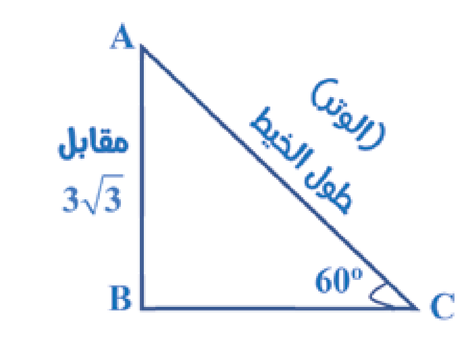
س/ أثبت أن: $(\cos 45^\circ - \csc 45^\circ)(\tan 45)(\csc 90^\circ) = -\cos 45^\circ$

س/ في المثلث ABC القائم الزاوية في B اذا كانت $\cot A = \sqrt{3}$ جد :

1) tan A   2) Sin A   3) Csc A   4) Cos A

س/ جد القيمة العددية للمقدار: $(\sin 45)(\sec 45^\circ) - (\tan 60)(\cot 30) + 2\csc 90^\circ$

س23/ طائرة ورقية أرتفاعها $3\sqrt{3}m$ عن سطح الارض فاذا كان الخيط المتصل بها يصنع زاوية مقدارها 60° مع الارض جد طول الخيط؟



$$\sin C = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$$

$$\sin 60 = \frac{3\sqrt{3}}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2 \times 3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Rightarrow AC = 6m$$ ارتفاع الطائرة

سؤال واجب/ سلم اطفاء الحرائق طوله (20) متر يرتكز احد طرفيه على بناية والطرف الاخر على ارض افقية بزاوية 45° جد ارتفاع نقطة ارتكاز طرف السلم على البناية؟

الفصل الخامس

المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط) Pyramid and Cone

محيط المضلع المنتظم = عدد الاضلاع × طول الضلع

$$P = n \times L$$

مساحة المضلع المنتظم = مساحة المثلث × عدد اضلاعه

$$A = \frac{1}{2} L \times H \times n$$

H = العامود النازل من مركز المضلع على أحد أضلاع المضلع

يمكن حساب مساحة المثلث من هذا ← $A = \frac{1}{2} L \times H$

س1/ جد محيط ومساحة الشكل السداسي المنتظم طول ضلعه 4m وطول العامد 3m ؟

المحيط $P = n \times L \Rightarrow P = 6 \times 4 \Rightarrow P = 24m$

$$A = \frac{1}{2} L \times H \times n$$

المساحة $A = \frac{1}{2} 4 \times 3 \times 6 = 36\ m^2$

سؤال واجب/ جد مساحة المربع الذي طول العامد فيه 4cm ؟

الهرم المنتظم

المساحة الجانبية

$$LA = \frac{1}{2} P \times \ell$$

المساحة الكلية

$$TA = \frac{1}{2} P \times \ell + b$$

س2/ جد المساحة الجانبية والكلية لهرم منتظم أرتفاعه الجانبي 8cm وقاعدته مربعة الشكل طول ظلعها 3cm ؟

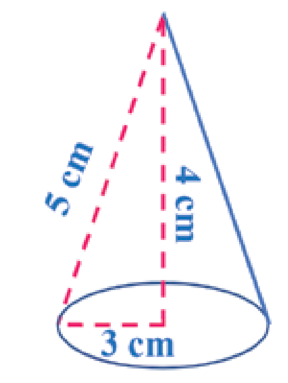
الجانبية $LA = \frac{1}{2} P \times \ell \Rightarrow LA = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \Rightarrow LA = 48\ cm^2$

الكلية $TA = \frac{1}{2} P \times \ell + b \Rightarrow TA = 48 + 9 = 57\ cm^2$

حجم الهرم $V = \frac{1}{3} b \times h$

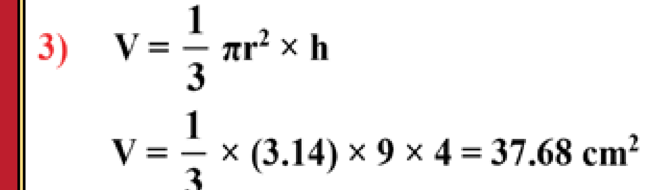
حجم المخروط $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$

س3/ من الشكل المجاور جد: 1) المساحة الجانبية؟ 2) المساحة الكلية؟ 3) الحجم؟



1) $LA = 2\pi r \times \ell \Rightarrow 3.14 \times 6 \times 5 = 94.2\ cm^2$

2) $TA = 2\pi r \times \ell + \pi r^2 \Rightarrow 94.2 + (3.14) \times 9 = 122$



3) $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$

$V = \frac{1}{3} \times (3.14) \times 9 \times 4 = 37.68\ cm^2$

مبرهنة التناسب المثلثي

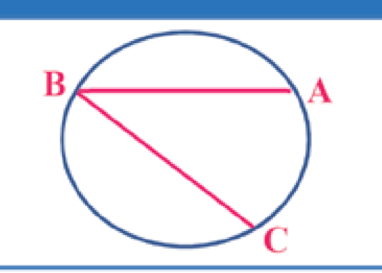
المبرهنة	المعطى	النتيجة
اذا وازى مستقيم ضلعا من اضلاع مثلث وقطع الضلعين الاخرين في نقطتين مختلفتين فأنه يقسم الضلعين الى قطع متناسبة الاطوال (بدون برهان) .	$\overline{AB} // \overline{EF}$	$\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$

مثال / جد طول قطعة المستقيم AE علماً ان: $\overline{AB} // \overline{EF}$ في الشكل المجاور.

مبرهنة التناسب المثلثي $\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$

تعويض التبسيط $\frac{9}{EA} = \frac{12}{4} \Rightarrow AE = \frac{4\times 9}{12} = \frac{36}{12} = 3cm$

مبرهنة الزوايا المحيطية

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المواجه لها. $m\angle B = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$	

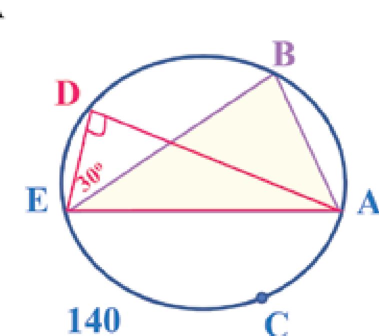
مثال/ جد قياس الزوايا المحيطية التالية في الشكل المجاور.

ii) $\angle BAD$

مبرهنة الزوايا المحيطة $m\angle BAD = \frac{1}{2} m\widehat{BD}$

$m\angle BED = \frac{1}{2} m\widehat{BD}$

بالتعويض $\therefore m\angle BED = m\angle BAD = 30^\circ$



i) $\angle D$

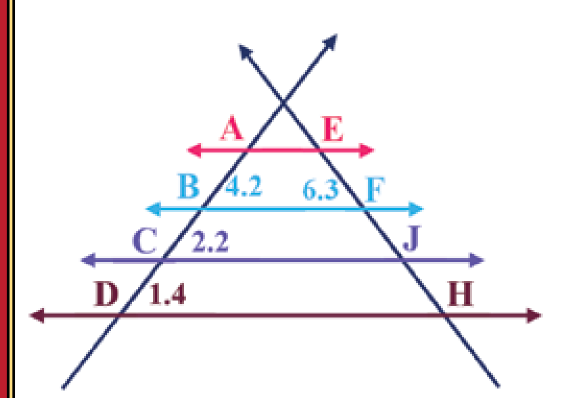
$m\angle D = \frac{1}{2} m\widehat{ECA}$

$m\angle D = \frac{140}{2} = 70$

$m\angle D = 70^\circ$

مبرهنة طالس		
المبرهنة	المعطى	النتيجة
اذا قطعت ثلاثة مستقيمات متوازية او اكثر بمستقيمين فأن القطع المحددة بالمستقيمات المتوازية تكون متناسبة.	$\overleftrightarrow{AD} // \overleftrightarrow{BF} // \overleftrightarrow{CE}$	$\frac{AB}{BC} = \frac{DF}{FE}$

مثال/ استعمل مهندس الرسم المنظوري (هو رسم الاجسام البعيدة بحيث تبدو اصغر والاجسام القريبة حيث تبدو اكبر، مع الحفاظ على هيئتها وتناسب مقاييسها لتبدو ثلاثية الابعاد) ليرسم خطوطاً أولية تساعده على رسم اعمدة اتصالات متوازية، تحقق من رسمه بقياس المسافات بين الاعمدة، كم طول $\overleftrightarrow{FH}$ ؟



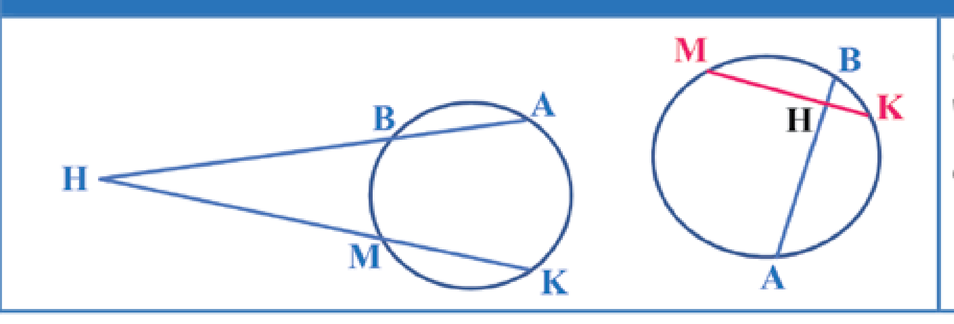
$\overleftrightarrow{AE} // \overleftrightarrow{BF} // \overleftrightarrow{CJ} // \overleftrightarrow{DH}$

$\frac{AB}{BD} = \frac{EF}{FH}$ مبرهنة طالس

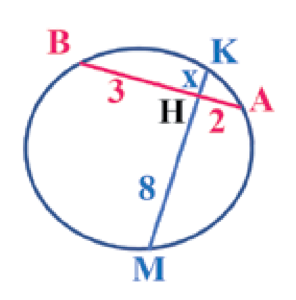
$BD = BC + CD = 2.2 + 1.4 = 3.6\ m$

$\frac{4.2}{3.6} = \frac{6.3}{FH} \Rightarrow FH = \frac{6.3 \times 3.6}{4.2} = 5.4m$ التعويض والتبسيط

مبرهنة القاطعين للدائرة

المبرهنة	
اذا قطع مستقيمان متقاطعان دائرة تشكل على كل منهما قطعتان مستقيمتان ناتجا ضرب طوليهما متساويان. $HM \times HK = HB \times HA$	

مثال/ جد قيمة x وطول كل وتر.



مبرهنة القاطعين في الدائرة $HM \times HK = HB \times HA$

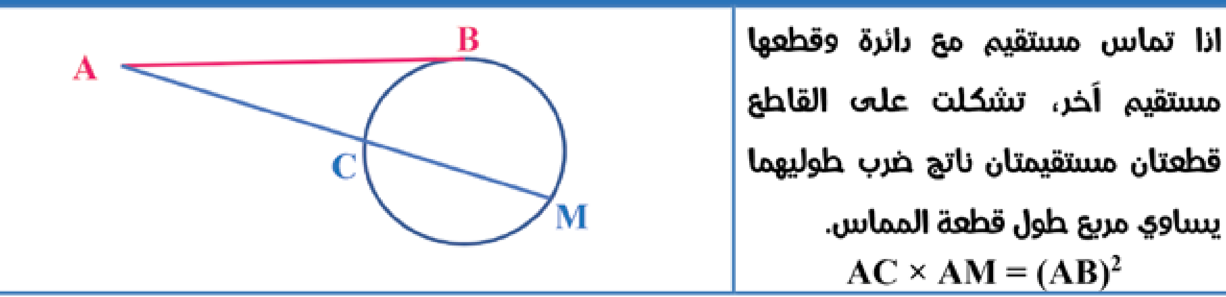
بالتعويض $3 \times 2 = 8 \times x$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

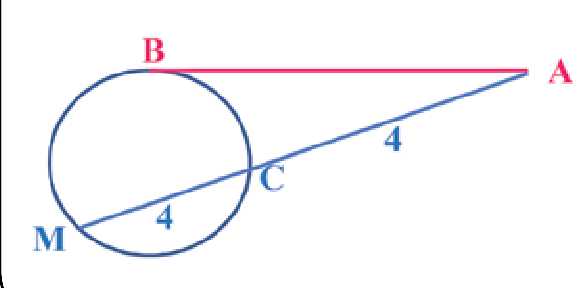
طول الوتر AB $AB = AH + HB = 2 + 3 = 5$

طول الوتر MK $MK = MH + HK = 8 + \frac{3}{4} = 8\frac{3}{4}$

مبرهنة المماس والقاطع في الدائرة

المبرهنة	
اذا تماس مستقيم مع دائرة وقطعها مستقيم أخر، تشكلت على القاطع قطعتان مستقيمتان ناتج ضرب طوليهما يساوي مربع طول قطعة المماس. $AC \times AM = (AB)^2$	

مثال/ جد طول قطعة المماس AB .



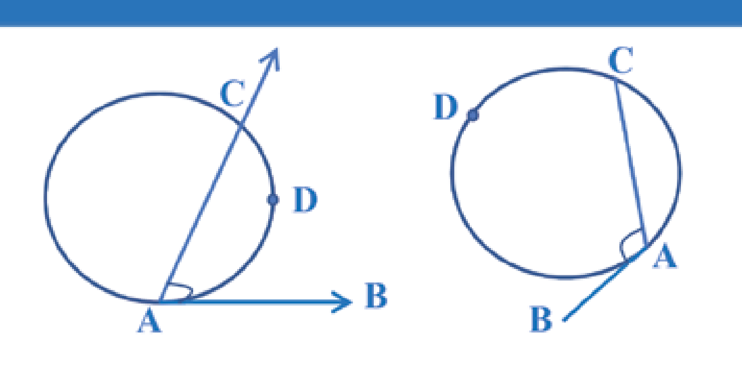
مبرهنة المماس والقاطع في الدائرة $AC \times AM = (AB)^2$

بالتعويض $4 \times 8 = 32$

طول قطعة المماس AB $\therefore AB = 4\sqrt{2}$

مبرهنة الزوايا المماسية



المبرهنة	
اذا تقاطع مماس الدائرة مع مستقيم يمر في نقطة التماس يكون قياس الزاوية بينهما نصف قياس القوس المقتطع. $m\angle A = \frac{1}{2} m\widehat{ADC}$	

مثال / بأستعمال مبرهنة الزوايا المماسية والشكل المجاور جد قياس كل مما يأتي:

i) $\angle BAC$

$m\angle BAC = \frac{1}{2} m\widehat{CA} \Rightarrow$

$m\angle BAC = \frac{144}{2} = 72$

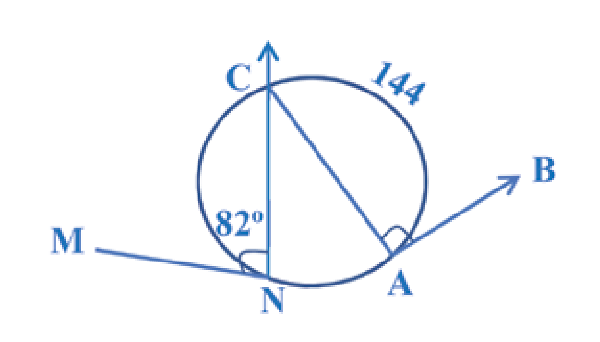
$\therefore m\angle A = 72^\circ$

ii) $\angle NC$

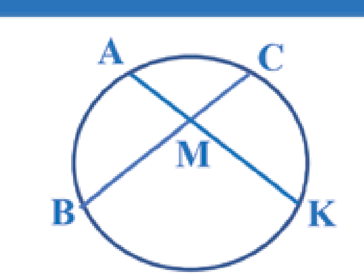
$m\angle CNM = \frac{1}{2} m\widehat{CN}$ مبرهنة الزوايا المماسية

$82^\circ = \frac{1}{2} m\widehat{CN}$ بالتعويض

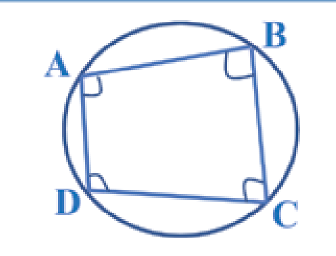
$\therefore m\widehat{CN} = 164$



مبرهنة الزوايا الداخلية في الدائرة

المبرهنة	
اذا تقاطع مستقيمان داخل دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف مجموع قياس القوسين المتقاطعين. $m\angle CMK = \frac{1}{2}\left(m\widehat{CK} + m\widehat{AB}\right)$	

مثال / جد قياس $\angle ADB$ مستعملاً مبرهنة الزاوية الداخلية في الدائرة.



$$m\angle ADB = \frac{1}{2}\left(m\widehat{KN} + m\widehat{AB}\right)$$

مبرهنة الزاوية الداخلية في دائرة

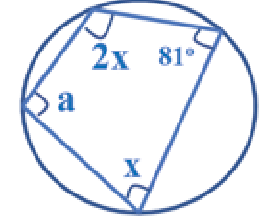
بالتعويض $= \frac{1}{2}(102 + 44)$

$$\therefore m\angle ADB = \frac{146^\circ}{2} = 73^\circ$$



يمكن ايجاد دائرة تمر في الرؤوس الاربعة لرباعي ويسمى هذا الرباعي  بالرباعي الدائري

مبرهنة الرباعي الدائري

المبرهنة	
في كل رباعي دائري مجموع قياس كل زاويتين متقابلتين يساوي 180° $m\angle A + m\angle C = 180^\circ$ $m\angle B + m\angle D = 180^\circ$	

مثال / جد قيمة x , a في الشكل المجاور:

$\because a + 81^\circ = 180^\circ$ مبرهنة الرباعي الدائري

$\therefore a = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$

$\because x + 2x = 180^\circ \Rightarrow 3x = 180^\circ$ مبرهنة الرباعي الدائري

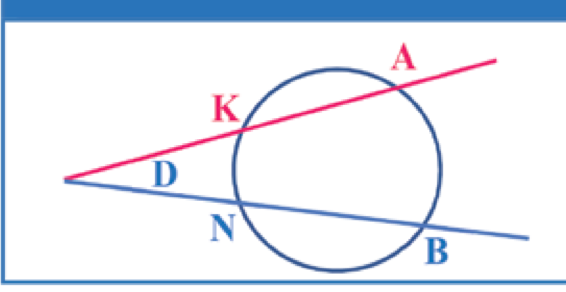
$\therefore x = 60^\circ$

مبرهنة الزاوية الخارجية في دائرة

المبرهنة

اذا تقاطع مستقيمان خارج دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف الفرق بين قياس القوسين المقتطعين.

$$m\angle D=\frac{1}{2}\left(m\widehat{AB}-m\widehat{KN}\right)$$



مثال / جد قياس الزاوية الخارجية x في كل مما يأتي:

ii)

بأستعمال مبرهنة الزاوية الخارجية في الدائرة وبالتعويض عن قيمة $\widehat{KAN}$ بـ 360 نجد قياس زاوية x .

$$m\angle x=\frac{1}{2}\left(m\widehat{KAN}-m\widehat{KN}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(360-130)$$

$$\therefore m\angle x=\frac{230^{\circ}}{2}=115^{\circ}$$

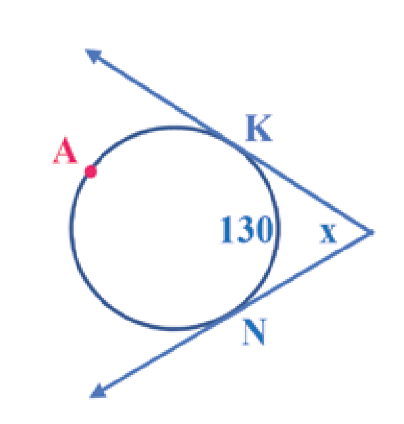
i)

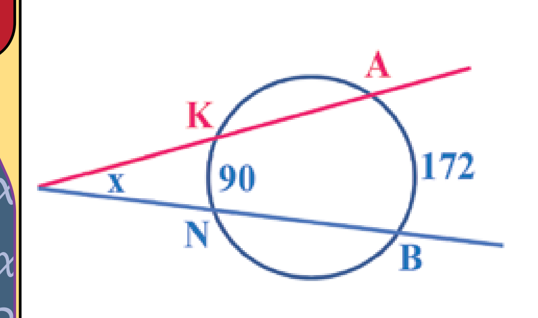
بأستعمال مبرهنة الزاوية الخارجية في الدائرة وبالتعويض عن قيمة الاقواس في الرسم نجد قياس زاوية x

$$m\angle x=\frac{1}{2}\left(m\widehat{AB}-m\widehat{KN}\right)\Rightarrow$$

$$m\angle x=\frac{1}{2}(172-90)$$

$$\therefore m\angle x=\frac{82^{\circ}}{2}=41^{\circ}$$

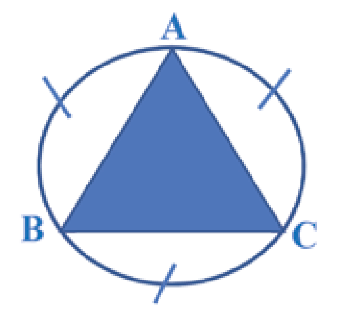




مبرهنة الاقواس والاوتاروالزاوية المركزية، في كل دائرة او في دائرتين متطابقتين	
* اذا تطابقت زاويتان مركزيتان تطابق وتراها وبالعكس.	$\angle 1 \cong \angle 2 \Leftrightarrow \overline{AB} \cong \overline{AC}$
* اذا تطابقت زاويتان مركزيتان تطابق قوساهما وبالعكس.	$\angle 1 \cong \angle 2 \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{AC}$
* اذا تطابق قوسان تطابق وتراهما وبالعكس.	$\overline{AB} \cong \overline{AC} \Leftrightarrow \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{AC}$

مثال/ استعمل مبرهنة الاقواس والاوتار لتبرهن ان المثلث ABC متساوٍ الاضلاع في الدائرة المقابلة علماً ان:

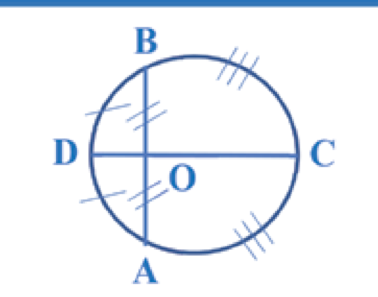




معطى في السؤال $\because \overset{\frown}{AB} \cong \overset{\frown}{AC} \cong \overset{\frown}{CB}$

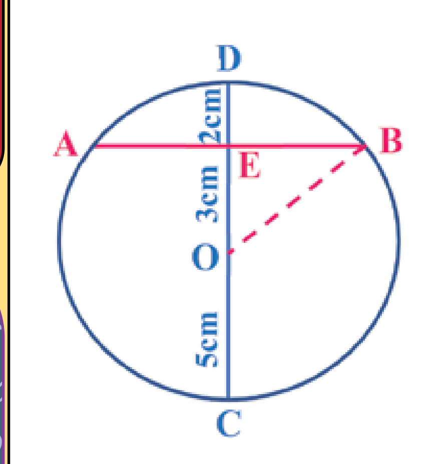
مبرهنة الاقواس والاوتار $\therefore \overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{CB}$

لذا فأن المثلث ABC متساوي الاضلاع.

مبرهنة القطر العمودي، في كل دائرة	
المبرهنة	
القطر العمودي على وتر في دائرة ينصف الوتر وينصف كلا قوسيه. $\overline{CD} \perp \overline{AB} \Rightarrow AO = BO, \overset{\frown}{AD} \cong \overset{\frown}{DB}, \overset{\frown}{BC} \cong \overset{\frown}{AC}$	

مثال / استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول الوتر AB اذا علمت ان نصف القطر OD يساوي 5cm. وان DE = 2cm.

الخطوة (1)/ ارسم نصف القطر $\overline{OC}$



معطى $OC = OD = 5cm \ , \ DE = 2cm$

$OE = 5 - 2 = 3 \text{ cm}$

الخطوة (2)/ مبرهنة فيثاغورس

$(EB)^2 + (EO)^2 = (OB)^2$

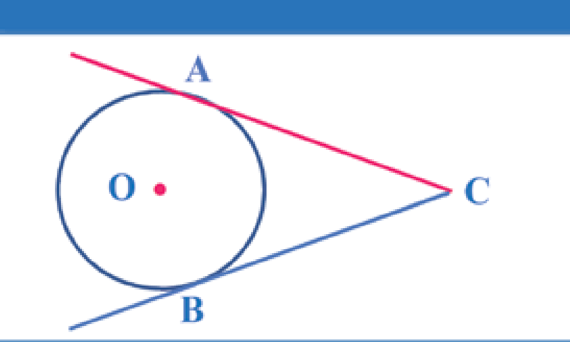
بالتعويض $25 - 9 = (EB)^2$

بالتبسيط $(EB)^2 = 16 \Rightarrow EB = 4cm$

$\therefore AB = 2 \times EB = 2 \times 4 = 8 \text{ cm}$

E منتصف $\overline{AB}$ مبرهنة القطر العمودي

القطر $\overline{DC}$ عمودي على الوتر $\overline{AB}$ وينصفه

مبرهنة المماسين	
المبرهنة	
القطعتان المماستان المرسومتان لدائرة من نقطة خارجة عنها متطابقتان. $\overline{CA}$, $\overline{CB}$ مماسان للدائرة من نقطة C. $\therefore \overline{CB} \cong \overline{CA}$	

مثال / دائرة مركزها O في الشكل المجاور، $\overline{AB}$ هو مماس للدائرة في A وقياس الزاوية ABO يساوي 35° جـ قياس الزاوية AOB ، ثم جد طول القطعة المستقيمة BC .

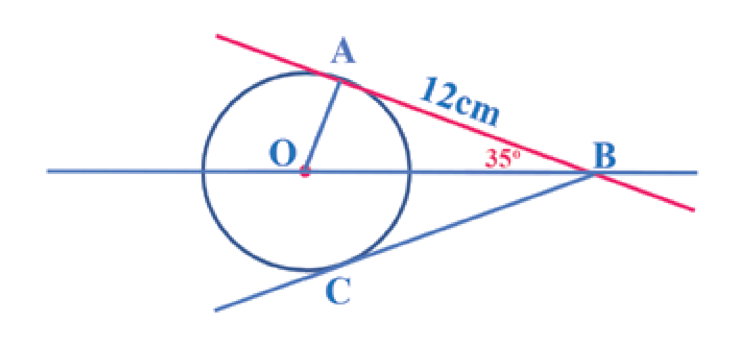
$\overline{BA}$ مماس الدائرة في النقطة A

مبرهنة المماس $\quad \overline{AB} \perp \overline{AO}, m\angle OAB = 90^\circ$

معطى $\quad \because m\angle OBA = 35^\circ$

مجموع زوايا المثلث 180° $\quad \therefore m\angle AOB = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$


مبرهنة المماسين $\quad BC = 12\ cm$



الفصل السادس

التباديل والتوافيق

المضروب

1- $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

2- $\frac{7!}{5!} = \frac{7\times6\times5\times4\times3}{5\times4\times3\times2\times1} = 42$

3- $3! \times 2! = (3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 6$

التباديل

$P_1^n = n$ $\quad$ $P_0^n = 1$ $\quad$ $P_n^n = n!$

1- $P_2^7 = \frac{7!}{5!} = \frac{7\times6\times\cancel{5!}}{\cancel{5!}} = 42$

2- $P_8^8 = 8! = 8\times7\times6\times5\times4\times3\times2\times1 = 40320$

س1/ ما عدد الترتيبات الممكنة لعمل لوحات أرقام مكونة من خمسة أرقام من بين الارقام 1 الى 9 ؟

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_5^9 = \frac{9!}{(9-5)!} \Rightarrow \frac{9!}{4!} = \frac{9\times8\times7\times6\times5\times\cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 151200$$

التوافيق

$C_0^n = 1$	$C_1^n = n$	$C_n^n = 1$

س2/ جد قيمة ما يأتي:

1- $C_2^8 = \frac{\overset{4}{\cancel{8}}\times7}{\underset{1}{\cancel{2}}\times1} = 28$

2- $C_4^{10} = \frac{10!}{4!6!} = \frac{10.\overset{3}{\cancel{9}}.\cancel{8}.7.\cancel{6!}}{\cancel{4}.\underset{1}{\cancel{3}}.\cancel{2}.1.\cancel{6!}} = 210$

س3/ بكم طريقة يمكن شغل أربعة وظائف في شركة تقدم عليها 10 اشخاص؟

ملاحظة/ وظائف بدون تعين (ترتيب) يعني توافيق.

$$C_4^{10} = \frac{10 . \overset{3}{\cancel{9}} . \cancel{8} . 7}{\cancel{4} . \underset{1}{\cancel{3}} . \cancel{2} . 1} = 210 \quad \text{طريقة}$$

الواجب/

س1/ بكم طريقة يمكن تكوين لجنة ثلاثية مكونة من رئيس ونائب رئيس وأمين صندوق من بين 5 اشخاص؟

س2/ بكم طريقة يمكن الاجابة على 10 اسئلة من بين ورقة أسئلة تحتوي على 12 سؤال؟

الاحداث المركبة Compound Events

مثال / كيس يحتوي على 3 كرات حمر، 4 كرات خضر، 5 كرات زرق، سحبت منه كرة عشوائياً ثم اعيد وسحبت كرة ثانية. جد احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء.

سحب الكرة الحمراء

$$P(R) = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

سحب الكرة الخضراء

$$P(G) = \frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

الحدثان مستقلان

احتمال الاحداث المستقلة (لان الكرة الاولى اعيدت الى الكيس)

$$P(R \text{ and } G) = P(R) \times P(G)$$

بالتعويض

$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

اذن احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء مع اعادة الكرة الحمراء يساوي $\frac{1}{12}$

مثال / في مثال (2) ، لو لم نعيد الكرة الحمراء الى الكيس. ما احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء؟

سحب الكرة الحمراء $P(R) = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

عدم اعادة الكرة الحمراء للكيس يعني ان عدد الكرات الحمر اصبح 2 كرة، والعدد الكلي لكرات في هذه الحالة هو 11 كرة بدل 12 .

سحب الكرة الخضراء $P(G \text{ after } R) = \frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي الجديد للكرات}} = \frac{4}{11}$

الحدثان مترابطان

احتمال الحوادث المترابطة $P(R \text{ and } G) = P(R) \times P(G \text{ after } R)$

بالتعويض والتبسيط $= \frac{1}{4} \times \frac{4}{11} = \frac{1}{11}$

اذن احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء دون اعادة الكرة الحمراء يساوي $\frac{1}{11}$

ملازم المرشد الدراسية

مراجعة الرياضيات - الثالث متوسط

مجموعة نجاح الصفوة

(تم بحمده)

تم اصدار المراجعة المركزة بالتعاون مع (دار الاعرجي – ملازم المرشد) . وستشرح بالتفصيل على اليوتيوب وكذلك سيتم نشر نماذج اسئلة هي بمثابة استعداد للامتحان الوزاري على قناة الأستاذ وقناة ابن الدورة (بالتليجرام) . وبعون الله القادم افضل في اكمال سلسلة تبسيط مادة الرياضيات للمراحل الاعدادية (الرابع العلمي – الخامس العلمي – السادس العلمي)

الطريق نحو التفوق يمر بملزمة المميز
بديل الكتاب هي المراجعة المركزة حيث هي منهج متكامل

هذهِ المراجعة شاملة للدورين (الأول والثاني)
وكذلك الامتحان التمهيدي لسنة 2020 (في حالة بقاء المنهج)

- نعتذر عن الاخطاء المطبعية غير المقصودة .



والله ولي التوفيق . . .

أسماء المكتبات في بغداد

الاسم	العنوان	الرقم
مكتبة الصباح	الاعظمية أبو حيدر	
مكتبة ريما	حي الجهاد بغداد	07901486119
مكتبة الاسكندرية	بغداد صليخ الجديد	07805460495
مكتبة عمار	الغزالية سوق النخلة	07805248242
المكتبة العربية	العامرية شارع العمل الشعبي	
مكتبة عمار	حي العامل قرب البيت الياباني	07817823636
مكتبة لايك همام	حي العامل	07714875122
مكتبة سرمد الاشقر	شارع الربيعي	07800010220
مكتبة عدنان	الحسينية	07712981225
مكتبة وصفي	بغداد الجديدة قرب جامع السامرائي	07716661530
مكتبة نور المصطفى	مدينة الصدر ، عادل	07901888091
مكتبة حسن المهندس	بغداد الجديدة	07706231625
مكتبة المهندسين (أحمد فوزي)	حي الجهاد ، حي الحسين مقابل السوق العصري	07709252120

مكتبة الأنيق	الحرية الأولى ، شارع مصور صلاح ، مجاور صوت الرعد للحاسبات	07736392510
مكتبة الجوهرة	المنصور ، مقابل مطعم الساعة ، قرب مجمع جنة الأسعار	07710515251
مكتبة الجوهرة (أمين)	البنوك ، نزلة الجسر الجديد	07705398481
مكتبة	الأسكان ، مجاور مستشفى الطفل ، قرب السيطرة	
مكتبة نور المعرفة	بغداد ، الحسينية ، قرب بوابة الحسينية	07714814203
مكتبة المثلث	الاعظمية ، شارع الضباط ، الحاج قيس أبو عبد الله	07507653345
مكتبة نافع	الدورة ، ميكانيك قرب الكنيسة	07710080741
مكتبة الربيع	الزعفرانية ، شارع البطل ، مجاور مطعم الربيع	
معهد الاوائل	الزعفرانية ، أستاذ احمد	07713290525
مكتبة امجد وعمر	بغداد	07818695644

معهد الأقمار	زيونة قرب دار الأزياء	
المستنصرية	قرب تقاطع باب المعظم شارع فلسطين	

ايفري دي	حي الخضراء مقابل اعدادية المتميزين	
كشكول	الحسينية شارع المكاتب	
اوراسية	السيدية مجمع 7 شقق	
الصباح (حيدر)	الأعظمية	
مكتبة مايا	راغبة خاتون	07901997185
مكتبة سوا	الشعب ، شارع الصحة	07713033927
النعيمي	الشعب حي سومر	07704509194
نزار	الصليخ ، قرب الجسر ، شارع التفاحة	07737864242
الفاضل	ام الكبر ، نهاية شارع الغزلان	07711015675
محمود	البنوك ، شارع الكنيسة	07716618823
الفهد	البلديات ، شارع الأمن العام	07712952397
الوركاء	حي العامل ، السوق الشعبي	07702628006
الوان	الدورة ، جمعية خير الله	07712393956
مكتبة الرتاج	الدورة ، شارع أبو طيارة ، مقابل ثانوية الدورة الاهلية للبنات	07804047014
الخزرجي	حي العدل ، شارع الأسواق المركزية	07902411520

الجوهرة (صلاح الشمري)	المنصور ، مقابل مطعم الساعة	07710515251
أحمد	الشعب ، شارع عدن قرب السيطرة	07702977066
كشكول	سبع أبكار ، سوق السمكة	07707188989
ضوء القمر	الدورة ، الجمعية	07714470035
سعودي	المشتل قرب كراج بعقوبة	07715777005 07733361889
المهند	حي العامل	
المولى	الشرطة الرابعة	07704777666
ميران القريشي	الدورة ، الطعمة	07701085261
أبو مهند	السيدية	
المكتبة العربية	العامرية	
النور أبو النور	الشعلة	
المنذري	الكاظمية	07709896033
العهد	مدينة الصدر	
أبو تبارك	بغداد الجديدة	
دار دور	بغداد شارع فلسطين – قرب المطعم الفلسطيني	

حيدر العامري	بغداد حي اور	
تدمر	بغداد البلديات الشارع العام	
مكتبة الأقصى	بغداد الدورة مقابل ثانوية نبخذ نصر	
اغادير	ساحة ميسلون الفلكة	07711124177
مكتبة كنوز	الاعظمية شارع سهام العبيدي	
مكتبة تبارك	الكاظمية المقدسة	
مكتبة الحاج استبرق	بغداد الاعظمية	
مكتبة أبو مريم	المنصور دور السود قرب سوق الأردن	
مكتبة أبو مصطفى	المنصور دور السود قرب أسواق المالكي نهاية الشارع المودي للسكة	
سيد رياض	جميلة	
مكتبة تفاحة	أبو غريب ، سامر	07801300200
مكتبة العربيه	بغداد العامرية شارع العمل الشعبي مقابل جامع الحسنين	
مكتبة الاماني	بغداد-الحرية-دور نواب الضباط-اسامه	07704560438
مكتبة المصطفى	الحرية الاولى-قرب العيادة الشعبية-	

أسماء المكتبات في المحافظات

الاسم	العنوان	الرقم
مكتبة بيروت	الموصل شارع النجفي ، قاسم أبو يحيى	07710417110
المكتبة العربية	الموصل المجموعة الثقافية الجامعة مقابل النفق ، أشرف	07703002424
مكتبة أوف آي	الموصل الجانب الايسر ، بلال غانم	07721295154 07508462776
مكتبة الفجر	الموصل ، حي القادسية الثانية ، سامر	07511798067
مكتبة الشباب	بيجي الشارع الرئيسي	
مكتبة معتز	الموصل	07701727822
مكتبة شمس	الموصل	07510332312
مكتبة عدنان الحاج بريهمي	الرميثة السماوة	07829550317
مكتبة الجامعة	الرميثة ، احمد	07830750424
مكتبة الغدير	البصرة علي حياوي	07804893001
مكتبة المربد	البصرة عشتار ساحة ام البروم المكتبات	07801093501
مكتبة الدعاء	البصرة ، حسين	07822267790

مكتبة الوجدان	بصرة ، احمد غني	07705696929
مكتبة الجذور		
مكتبة الطلبة	القرنة ، أبو عمار	07700342912
مكتبة نور الزهراء	القرنة ، سيد علي	07703277441
مكتبة الجامعة	البصرة ، أبو حيدر	
مكتبة سيد احمد زويد	الشطرة	07830831056
مكتبة الوطن	الشطرة ، سيد مهند	07830898766
مكتبة المستقبل	الشطرة ، سيد مظفر	07719827455
مكتبة علي نوري	الشطرة	07803364615
المكتبة العلمية	البصرة ، حسين	07800107469
مكتبة الساحل	البصرة	07733382313
مكتبة ثامر	المسيب	07731870070
قرطاسية المنتظر	المسيب ، أبو حيدر	07706324112
قرطاسية المدرسة	المسيب ، أبو سيف	07726022061
مكتبة ياسين	الصويرة	07807170745
مكتبة علوش	الصويرة	

مكتبة ديوان	تكريت الشارع الرئيسي ، سعد	07706630091
مكتبة الجواهري	الصويرة	07821800900
مكتبة عمار صبيح	تكريت شارع 40	07701996935
مكتبة فاروق	تكريت شارع ناحية العلم	0771831462
مكتبة قرطبة	تكريت ، الضلوعية ، بلد قرب مدرسة قرطبة الابتدائية ، عثمان بابان	07707930280
مكتبة الشروق	تكريت شارع 40	07702632812
مكتبة قرطبة	تكريت-الضلوعية-بلد قرب مدرسة قرطبة-عثمان	07707930280
مكتلة المهندس	تكريت-حي القادسية-فراس	07722215999
مكتبة الشروق	سامراء ، الشارع الرئيسي السوق	07702632812
مكتبة التقى	بلد	
مكتبة الحسن	بلد	
مكتبة الجوهرة	بلد ، رسول	
مكتبة علي وهاب	ناحية القاسم	0780159917
مكتبة الاحسان	ناحية القاسم	07809885012
مكتبة اثير	بعقوبة حي المعلمين	07711147502

مكتبة زين العابدين	بعقوبة الشارع العام ، عيسى	07706278861
مكتبة مالك	بعقوبة	
مكتبة المهيمن	ديالى-بلدروز-الشارع العام-مجاور ثانوية النبراس الاهليه	07816078206
مكتبة الهيثم	الكوت	
مكتبة البتول		07724414944 07726515564
مكتبة الحسن	الكوت	
مكتبة ابن الرشد	الكوت-المشرق	07719000244 07819000244
مكتبة امنة إسماعيل	العزيزية	07802883696
مكتبة علم الدين	العزيزية	07717648659
مكتبة رائد	العزيزية	
مكتبة المتنبي	الديوانية	07822161257
مكتبة رائد الجشعمي	الديوانية الشارع العام	07827274717
مكتبة مجيد شاكر الحلاوي	الديوانية	07801235091
مكتبة الصقور	الديوانية ، احسان	07801170249

مكتبة حيدر جبار	الديوانية	07808451516
مكتبة حسين الحلاوي	الديوانية	07801089423
مكتبة النهرين	الديوانية ، عامر	07801574901
مكتبة علي عبد الأمير	عفچ الديوانية	07815372239
مكتبة الاديب	الديوانية	07827275849
مكتبة خليل حمادة	الديوانية ، أبو نبيل	07724139170
مكتبة الخفاجي	طويريج الولاية	07706830112
مكتبة سيد مهند الاعرجي	النجف الاشرف	07502532830
مكتبة دعاء الخير	النجف الاشرف ، منذر البغدادي أبو تقى	07803420802
مكتبة النرجس	النجف الاشرف	07802674711
مكتبة النجف الاشرف	حمودي	
مكتبة صباح كميل	الحي واسط	07803059690
قرطاسية احمد شكر	الطوز ، احمد	07719636847
مكتبة أبو انس	الطوز ، أبو انس	07701971663
مكتبة فراس	السماوة شارع المحافظة ، أبو فراس	07802505436
مكتبة كنوز الفرات العربي	السماوة ، أستاذ علاء	07733981220

07807592900	السماوة الخضر	مكتبة الحرية
07804055805	السماوة	مكتبة سعد الحاج عزيز
07702685844	الحلة ، أبو ياسر	مكتبة الساعة
07807508631	الحلة ، الحمزة الغربي ، حسين سلمان ، مقابل مصرف الرافدين ، حسين	مكتبة المصطفى
07733980149	السماوة ، حيدر	مكتبة الحنين
07811464551 07825673625	السماوة ، شارع مصرف الرشيد	مكتبة القلم العربي
	السماوة–حي المعلمين–السيد محمود عزيز الحمداني	مكتبة البسملة
07724208685	ناحية الحمزة الغربي	مكتبة أبو محمد
07807418980	الناصرية ، اسعد	مكتبة حازم عبد الكريم
07711585062	الناصرية–ناحية الفجر–كريم	مكتبة الفجر
07702436744	جلولاء ، ديالى	مكتبة صباح
07816078206	ديالى ، بلدروز ، الشارع العام ، مجاور ثانوية نبراس الامل الاهلية للبنات	مكتبة المهيمن
07817272371	كربلاء المقدسة شارع الامام العباس	مكتبة المجتبى

مكتبة دار السلام	**كربلاء المقدسة**	**07736090025**
مكتبة القبس	**كربلاء المقدسة ، احمد**	**07801004015**
مكتبة الامامين	**كربلاء المقدسة شارع العباس**	**07801008891**
مكتبة زيد	**كربلاء المقدسة**	**07801177303**
مكتبة المهندس	**كربلاء المقدسة ، مقابل الجامعة**	**07700809833**
مكتبة الزوراء	**كربلاء المقدسة ، عمار**	**07707771731**
مكتبة أبو علي الاسدي	**طويريج**	**07825096660**
مكتبة حامد عبد علي	**قلعة سكر**	**07711104668**
مكتبة مازن	**العمارة ، الأستاذ مهدي**	**07705505766**
معرض الكتاب	**العمارة ، سيد علي**	**07801554677** **07709098997**
مكتبة المهند	**العمارة ، مهند**	**07705420889**
مكتبة العمارة	**مجمع القلم 1 قطاع 30 ، أبو نور**	**07712529427**
مكتبة الملزمة	**العمارة ، شارع بغداد**	**07707319377**
المكتبة العلمية	**ميسان–المجر الكبير – حي المعلمين**	
مكتبة السماح	**الناصرية ، محمد بكوري**	**07801057835**

مكتبة احمد شهاب	الرفاعي ، احمد	07822876688
مكتبة دجلة	الرفاعي	07801790976
مكتبة سومر	الرفاعي	07723847457
مكتبة محمد الكراوي	الرفاعي	07816866616
مكتبة حليم	الحلة ، سيد نور	07831903648
مكتبة ذكريات	الحلة ، أبو محمد	07802604465
مكتبة السفير	الحلة ، أبو عادل	07802855118
مكتبة التاج	الحلة ، أبو علي	07802767474
مكتبة الدعاء	الحلة ، باب الحسين	07813289431
مكتبة الازدهار	الحلة ، أبو إيهاب	
مكتبة الفرات	الحلة ، زيد	07706085148
مكتبة فراس	الدجيل	
مكتبة ريسان	الدجيل	
مكتبة بغداد	الرمادي شارع السينما ، أبو بلال	07830000942
مكتبة الرمادي	الرمادي شارع المحافظة ، عبد السميع	07901169124
مكتبة وليد شاهر	الرمادي قرب الجامعة	
مكتبة الشروق	الرمادي الشارع الرئيسي ، أبو إبراهيم	07810217000

07725213215	الفلوجة ، جاسم	مكتبة دار المجد
07818100788	الفلوجة ، حي الشرطة ، شارع الاكارم قرب جامع التوفيق ، احمد	مكتبة الرصافي
07830019999	الفلوجة حي الشرطة مقابل طيبة مول–مصطفى	مكتبة ام القرى
07701334999	كركوك ، محمد	مكتبة الفرات
07701344400	كركوك ، عصمت	مكتبة الاخاء
07701301700	كركوك ، فكرت	مكتبة الاخوين
07701272787	كركوك ، مهند	مكتبة المهند
07701342514	كركوك ، أبو ابراهيم	مكتبة الطالب
07701512306	كركوك يعرب	مكتبة دار الفجر
07701340930	كركوك	مكتبة الاخوة
07703546895	الطوز –كركوك–	مكتبة البركة
07719049333	كركوك ، شارع المحاكم ، تحت بناية محاكم القديمة	قرطاسية الحاج علي